

Παρασκευή 13 Δεκ. 2019
Μάθημα 7^ο

Λήμμα: "Αυτλήσης"

Για κάθε καυική γλώσσα A , υπάρχει αριθμός ρ (το μήκος αυτλήσης αυτής) τέτοιος ώστε κάθε λέξη s της A με μήκος μεγαλύτερο ή ίσο του ρ να μπορεί να χωριστεί σε τρία τμήματα, $s = xyz$, που να ικανοποιούν τις εξής συνθήκες:

1. Για κάθε $i \geq 0$ $xy^i z \in A$
2. $|y| > 0$
3. $|xy| \leq \rho$

ΠΙΘΑΝΟ ΘΕΜΑ

ΠIX Να δείξω ότι μια γλώσσα δεν είναι καυική (θα χρησιμοποιήσω Λήμμα: "Αυτλήσης")

Άσκηση 11: Έστω $B = \{0^n 1^k \mid k > 0\}$. Να δείξετε ότι η γλώσσα B δεν είναι κανονική. (\Rightarrow Λήμμα Αντιστοίχησης) SOS : ΣΧΗΜΑ 4

Λύση:

Βήμα 1: Υποθέτουμε ότι η B είναι κανονική.

Βήμα 2: Έστω e ένας αριθμός, το μήκος της σύμφωνης

Βήμα 3: Παίρνουμε λέξη w της B (με μήκος $\geq p$)

$w = 0^p 1^p$ (\Rightarrow θελουμε να χωρίσουμε αυτή τη λέξη σε xy^2z)

$w = xy^2z$, για $i \geq 0$ $xy^i z \in B$
 $|y| > 0$
 $|xy| \leq e$.

Βήμα 4: $|y| > 0 \Rightarrow \exists$ τουλάχιστον ένα 0 ή 1.

$|xy| \leq p \Rightarrow$ αυτό σημαίνει ότι έχουμε μου μηδενικά το πολύ p σε μήκος (οσοι μηδενικά λείπουν από το xy για να είναι συνολικά p θα τα βάλουμε στο z).

Θέλουμε το $xy^i z \in B$.

1^η περίπτωση: Η λέξη y έχει μόνο 0.

Αυτό σημαίνει ότι το xy έχει μου μηδενικά και $|xy| \leq e$.

Θα δείξω ότι $xy^i z \notin B$ (επαγωγή σε i του 0)

$i=0$ $xy^0 z = 0^{q-p} (0^q)^0 1^p = 0^{q-p} 1^p \notin B$ γιατί $q-p < p$.

αντίστοιχα η $i=q$, $xy^q z = \underbrace{xy^q}_e \underbrace{z}_p \notin B$ (η λέξη y έχει περισσότερα 0 από 1 άτομο (\bar{z}))

2^η περίπτωση: Η λέξη y να έχει μου 1

Ομοίως για $i=2$ καταλήγω σε άτοπο (\bar{z})

3^η περίπτωση: Η λέξη y να έχει 0 και 1.

για $i=2$ $xy^2 z = xy^2 z = \underbrace{0 \dots 0}_{i=p-1} \underbrace{0101 \dots 1}_7 \underbrace{\dots 1}_{i=p-1}$ \rightarrow Πιθανό να έχει το σωστό πλήθος 0 ή 1 αλλά δεν θα βρισκόταν στην σωστή σειρά.

Άρα $xy^2 z \notin B$ άτοπο (\bar{z})

Επομένως, η B δεν είναι κανονική γλώσσα.

Ασκηση (2): Έστω $D = \{ \omega \mid \omega \in \{0,1\}^* \}$. Να δείξετε ότι η γλώσσα D δεν είναι κανονική.

Λύση: (Μας την έβαλε για τεστ μέσα στην τάξη).

Βήμα 1: Υποθέτουμε ότι η D είναι κανονική

Βήμα 2: Έστω p το μήκος της άντλησης

Βήμα 3: Επιλέγω $w = 0^p 1 0^p 1$.

Από λήμμα άντλησης $w = xy^iz$ τ.ω $i \geq 0, xy^iz \in D$

Βήμα 4: Αφού $|xy| \leq p$ τότε στο $w = xy^iz = 0^p 1 0^p$.

Το y περιέχει μόνο το 0.

Άρα η λέξη $xy^iz \notin D \Rightarrow$ Άτοπο

Επομένως, η D δεν είναι κανονική γλώσσα.

Εργασία: Έστω $E = \{ 0^i 1^j \mid i > j \}$

Να δείξω ότι η γλώσσα E δεν είναι κανονική.